

# KALKULUS KUANTUM

2024

Subiono, Kistosil Fahim dan Mahmud Yunus

# Kalkulus Kuantum

Subiono, Kistosil Fahim dan Mahmud Yunus



# Kalkulus Kuantum

**Penulis:**

**Subiono** — Email: [subiono@its.ac.id](mailto:subiono@its.ac.id)

**Kistosil Fahim** — Email: [fahim@its.ac.id](mailto:fahim@its.ac.id)

**Mahmud Yunus** — Email: [mahmud.yunus@its.ac.id](mailto:mahmud.yunus@its.ac.id)

**Alamat:** Departemen Matematika  
Institut Teknologi Sepuluh Nopember  
Sukolilo Surabaya, 60111  
Indonesia

**ISBN:** 978-623-09-9112-7

**Editor:**

Imam Mukhlash

**Penyunting:**

Aminatu Zuhriah

**Desain Sampul dan Tata Letak:**

Achmet Usman Ali

**Penerbit:**

CV. Nemanasi Sains

**Redaksi dan Distributor Tunggal:**

CV. Nemanasi Sains

Perum Bumi Wonorejo Asri 1/25 Blok B2 No. 15,  
Desa/Kelurahan Wonorejo, Kec. Rungkut,  
Kota Surabaya, Provinsi Jawa Timur, Kode Pos 60296  
Indonesia

Cetakan Pertama, Maret 2024

120 halaman, 21 × 29,7 cm

Copyright © CV. Nemanasi Sains, 2024

Hak cipta dilindungi undang-undang  
Dilarang memperbanyak maupun mengedarkan buku ini dalam bentuk  
dan dengan cara apapun tanpa izin tertulis dari penerbit maupun penulis.

# Kata Pengantar

AlhamdulillahRabbilalamin, segala puji hanyalah milikMu ya Allah yang telah memberikan "kebebasan bertanggung jawab" kepada manusia semasa hidupnya untuk suatu kebaikan dalam melaksanakan amanatMu di hamparan bumi yang dihuni beragam manusia. Sholawat dan Salam kepadaMu ya Nabi Muhammad beserta para keluarganya dan para pengikutnya sampai nanti di hari akhir.

Buku ini disusun dengan maksud memperkenalkan konsep baru tentang "Kalkulus Kuantum" untuk menyongsong era kuantum. Sehingga kami penulis berharap pembaca mempunyai pemahaman yang bertambah selain kalkulus klasik. Selain itu juga buku ini disajikan sebagai suatu bahan rujukan tentang kalkulus kuantum sebab topik-topik yang dibahas relatif baru.

Sederhananya, kalkulus kuantum adalah kalkulus klasik biasa tanpa konsep limit. Ini mendefinisikan kalkulus- $q$  dan kalkulus- $h$ . Di sini seolah-olah singkatan dari konstanta Planck, sedangkan  $q$  singkatan dari kuantum. Pelopor kalkulus- $q$  dalam teori aproksimasi adalah mantan Profesor Alexandru Lupas, yang pertama kali memperkenalkan analog polinomial Bernstein. Sepuluh tahun kemudian Phillips memperkenalkan generalisasi lain pada polinomial Bernstein berdasarkan bilangan bulat- $q$ . Ostrovska mempelajari polinomial  $q$ -Bernstein. Setelah itu beberapa peneliti mengestimasi sifat aproksimasi dari beberapa operator. Buku ini merupakan upaya untuk menyusun dan menyajikan beberapa yang mendasar tentang kalkulus- $q$  serta beberapa hasil dan sifat-sifat analoginya dengan kalkulus klasik.

Penulis pada kesempatan ini menyampaikan keaktifan para pembaca dalam mengkaji buku ini untuk menyampaikan kritik dan saran guna perbaikan buku ini, sehingga pada versi yang mendatang "mutu buku" yang baik bisa dicapai. Kritik dan saran ini sangat penting karena selain alasan yang telah disebutkan tadi, penulis percaya bahwa dalam sajian buku ini masih kurang dari sempurna bahkan mungkin ada suatu kesalahan dalam sajian buku ini baik dalam bentuk redaksional, pengetikan dan materi yang menyebabkan menjadi suatu bacaan kurang begitu bagus.



# Daftar Isi

<b>Kata Pengantar</b>	<b>iii</b>
<b>1 Kalkulus Kuantum</b>	<b>1</b>
1.1 Pendahuluan . . . . .	2
1.2 Derivatif- $q$ dan derivatif- $h$ . . . . .	5
1.3 Rumus umum Taylor untuk Polinomial . . . . .	10
1.4 Analog- $q$ dari $(x - a)^n$ dan derivatif- $q$ dari Binomial . . . . .	11
1.5 Rumus Taylor- $q$ untuk Polinomial . . . . .	16
1.6 Rumus Binomial Gauss dan Rumus Binomial Nonkomutatif . . . . .	17
1.7 Sifat-Sifat Koefisien Binomial- $q$ . . . . .	19
1.8 Koefisien Binomial- $q$ dan Aljabar Linier atas Lapangan Berhingga . . . . .	23
1.9 Rumus Taylor- $q$ untuk Deret Pangkat Formal dan Rumus Binomial Heine . . . . .	28
1.10 Dua Persamaan Euler dan Dua Fungsi Eksponensial- $q$ . . . . .	29
<b>2 Fungsi-Fungsi Khusus Pada Kalkulus Kuantum</b>	<b>35</b>
2.1 Fungsi Trigonometri- $q$ . . . . .	35
2.2 Persamaan Produk Rangkap Tiga Jacobi . . . . .	36
2.3 Fungsi Partisi Klasik dan Rumus Produk Euler . . . . .	37
2.4 Fungsi Hipergeometrik- $q$ dan Rumus Heine . . . . .	43
2.5 Lebih lanjut tentang Rumus Heine dan Binomial Umum . . . . .	46
<b>3 Formula Produk Ramanujan</b>	<b>51</b>
3.1 Rumus Eksplisit untuk Jumlah dari Dua dan Empat bilangan Kuadrat . . . . .	56
3.2 Rumus Eksplisit untuk Jumlah Dua dan Empat Bilangan Segitiga . . . . .	60
<b>4 Antiderivatif-<math>q</math></b>	<b>63</b>
4.1 Integral Jackson . . . . .	65
4.2 Teorema Dasar Kalkulus- $q$ dan Integral Bagian . . . . .	70
4.3 Fungsi Gamma- $q$ dan Beta- $q$ . . . . .	73
4.4 Permasalahan Benda Jatuh dalam Kalkulus Kuantum . . . . .	77

4.4.1	Penyelesaian Analitik . . . . .	77
4.4.2	Simulasi . . . . .	79
<b>5</b>	<b>Derivatif-<math>h</math> dan Integral-<math>h</math></b>	<b>81</b>
5.1	Polinomial Bernoulli dan Bilangan Bernoulli . . . . .	86
5.2	Jumlah dari Pangkat . . . . .	90
5.3	Formula Euler-Maclaurin . . . . .	91
<b>6</b>	<b>Kalkulus Kuantum Simetri</b>	<b>99</b>
<b>A</b>	<b>Daftar Derivatif-<math>q</math></b>	<b>105</b>
	<b>Daftar Pustaka</b>	<b>107</b>
	<b>Indeks</b>	<b>110</b>
	<b>Bio Data Penulis</b>	<b>111</b>

# KALKULUS KUANTUM

Buku "Kalkulus Kuantum" disajikan untuk menyongsong era kuantum. Sehingga kami penulis berharap pembacamempunyai pemahamyang bertambah selain kalkulus klasik. Selain itu juga buku ini disajikan sebagai suatu bahan rujukan tentang kalkulus kuantum sebab topik-topik yang dibahas relatif baru.

Kalkulus Kuantum adalah buku teks yang bagus untuk mahasiswa tingkat sarjana yang ingin mempelajari tentang analogi kalkulus kuantum dengan kalkulus klasik. Buku ini ditulis dengan jelas dan mudah dipahami. Selain itu, kalkulus kuantum yang dikenal sebagai kalkulus tanpa batas, bertujuan memberi pembaca wawasan dasar tentang kalkulus-q atau yang setara. Menurut kami sebagai penulis, dalam beberapa tahun terakhir minat terhadap subjek ini telah menyebar. Hal ini dikarenakan analisis-q telah membuktikan manfaatnya di berbagai bidang dan saat ini memiliki aplikasi yang luas di bidang-bidang penting seperti ilmu komputer dan fisika partikel.

Selanjutnya pada teori aproksimasi, penerapan kalkulus-q merupakan area yang baru diterapkan dalam 25 tahun terakhir. Analog-q pertama dari polinomial Bernstein diperkenalkan oleh Alexandru Lupas pada 1987. Sederhananya, kalkulus kuantum adalah kalkulus klasik biasa tanpa konsep limit. Ini mendefinisikan kalkulus-q dan kalkulus-h. Di sini seolah-olah singkatan dari konstanta Planck, sedangkan q singkatan dari kuantum. Pelopor kalkulus-q dalam teori aproksimasi adalah mantan Profesor Alexandru Lupas, yang pertama kali memperkenalkan analog polinomial Bernstein. Sepuluh tahun kemudian Phillips memperkenalkan generalisasi lain pada polinomial Bernstein berdasarkan bilangan bulat-q. Ostrovska mempelajari polinomial q-Bernstein. Setelah itu beberapa peneliti mengestimasi sifat aproksimasi dari beberapa operator. Buku ini merupakan upaya untuk menyusun dan menyajikan beberapa yang mendasar tentang kalkulus-q serta beberapa hasil dan sifat-sifat analoginya dengan kalkulus klasik.

