

# PEMODELAN MATEMATIKA

(Studi Kasus Penyempitan Pembuluh Darah Retina)

$$\nabla \cdot V_b = 0$$

$$\frac{\partial V_b}{\partial t} + \rho(V_b \cdot \nabla V_b) = -\nabla p + (\mu_f + \mu_s) \nabla^2 V_b + \frac{\lambda}{r}$$

$$R_2(z) = R_0 - \frac{\delta_s}{2} \left( 1 + \cos \frac{2\pi}{L_o} \left( z - d_2 - \frac{L_o}{2} \right) \right) \leq d_2 + L_o$$

$$R_3(z) = R_0 - \delta_s \sin \left( \frac{\pi(z - d_3)}{L_o} \right) \leq z \leq d_3 + L_o$$

$$R_{2,3}(z) = R_0$$

Basuki Widodo  
Nur Asiyah  
Kistosil Fahim  
Arif Fatahillah  
Rozaini Roslan

# Pemodelan Matematika

(Studi Kasus Penyempitan Pembuluh Darah Retina)

Basuki Widodo  
Nur Asiyah  
Kistosil Fahim  
Arif Fatahillah  
Rozaini Roslan

# **Pemodelan Matematika**

## **Studi Kasus Penyempitan Pembuluh Darah Retina**

### **Penulis:**

Basuki Widodo, Nur Asiyah, Kistosil Fahim, Arif Fatahillah, Rozaini Roslan

### **Alamat:**

Departemen Matematika, Institut Teknologi Sepuluh Nopember  
Sukolilo ,Surabaya, 60111, Indonesia

### **ISBN:**

### **Editor dan Penyunting:**

Aminatu Zuhriah

Penerbit, Redaksi dan Distributor Tunggal:

CV. Nemanasi Sains

Perum Bumi Wonorejo Asri 1/25 Blok B2 No. 15,  
Desa/Kelurahan Wonorejo, Kec. Rungkut,  
Kota Surabaya, Provinsi Jawa Timur, Kode Pos 60296  
Indonesia

Terbitan Pertama, Agustus 2025

131 halaman, 17,6 x 25 cm

Copyright © CV. Nemanasi Sains, 2025

Hak cipta dilindungi undang-undang

Dilarang memperbanyak maupun mengedarkan buku ini dalam bentuk  
dan dengan cara apapun tanpa izin tertulis dari penerbit maupun penulis

# KATA PENGANTAR

Puji syukur kehadirat Allah SWT karena hanya atas segala rahmat dan kasih-Nya penulis dapat menyelesaikan penyusunan buku referensi "Pemodelan Matematika (Studi Kasus Penyempitan Pembuluh Darah Retina)". Buku ini disusun sebagai referensi pembelajaran bagi mahasiswa dan para peneliti dibidang pemodelan matematika, khususnya dalam ranah komputasi dinamika fluida (*computational fluid dynamics*).

Secara khusus, buku ini membahas pemodelan matematika aliran darah pada pembuluh darah retina yang mengalami penyempitan (stenosis), sebuah kondisi yang berkaitan erat dengan gangguan sirkulasi darah pada sistem visual dan potensi risiko penyakit stroke iskemik. Pemodelan difokuskan pada pendekatan numerik menggunakan Metode Volume Hingga (*Finite Volume Method*) yang dipadukan dengan teknik SIMPLE (*Semi-Implicit Method for Pressure-Linked Equations*) untuk menyelesaikan sistem persamaan *Navier-Stokes* secara efisien dan stabil.

Buku ajar ini terdiri atas kima bab dengan urutan sebagai berikut:

1. Pendahuluan
2. Konsep Dasar Pemodelan Matematika
3. Metode Numerik Dalam Model Fluida
4. Pemodelan Numerik Penyempitan Arteri Retina
5. Simulasi dan Implementasi Menggunakan Matlab

Dengan mempelajari buku referensi ini, pembaca diharapkan mampu memahami konsep dan penerapan pemodelan matematika dalam kajian biologis, khususnya pada studi kasus penyempitan pembuluh darah retina (stenosis arteri retina). Buku ini dirancang untuk membekali pembaca dengan kemampuan sebagai berikut:

- Memahami konsep dasar pemodelan matematika serta pentingnya pendekatan matematis dalam menganalisis fenomena fisiologis;
- Menguasai metode numerik yang umum digunakan dalam pemodelan aliran fluida, seperti metode volume hingga (*finite volume method*) dan algoritma SIMPLE;

- Merancang dan mengimplementasikan model matematika penyempitan pembuluh darah retina dalam bentuk sistem persamaan diferensial parsial yang diselesaikan secara numerik;
- Melakukan simulasi komputer menggunakan MATLAB untuk menganalisis karakteristik aliran darah melalui pembuluh yang mengalami stenosis;
- Mengevaluasi hasil simulasi secara kuantitatif dan kualitatif, serta menafsirkannya dalam konteks medis dan fisiologis;
- Mengembangkan keterampilan analisis interdisipliner yang menggabungkan matematika, komputasi, dan ilmu biomedis.

Penulis menyampaikan terima kasih kepada semua pihak yang telah memberikan dukungan, baik secara langsung maupun tidak langsung, dalam proses penyusunan buku ini. Ucapan terima kasih khusus disampaikan kepada rekan-rekan dosen dan mahasiswa yang telah memberikan masukan serta umpan balik konstruktif selama proses penulisan berlangsung. Saran dan kritik yang membangun sangat penulis harapkan demi penyempurnaan buku ini di masa mendatang. Semoga buku ini dapat memberikan kontribusi nyata dalam pengembangan ilmu pengetahuan, khususnya di bidang pemodelan matematika dan aplikasi numerik dalam ilmu biomedis.

Surabaya, 31 Agustus 2025

Penulis

# DAFTAR ISI

<b>KATA PENGANTAR .....</b>	iii
<b>DAFTAR ISI .....</b>	v
<b>BAB 1. PENDAHULUAN .....</b>	1
1.1. Penyempitan Pembuluh Retina .....	2
1.2. Ruang Lingkup .....	5
<b>BAB 2. KONSEP DASAR PEMODELAN MATEMATIKA .</b>	7
2.1. Konsep Dasar Pemodelan Matematika .....	7
2.2. Aliran Darah sebagai Fluida .....	9
2.3. Persamaan Kontinuitas dan Momentum .....	12
2.4. Asumsi dan Penyederhanaan Model .....	12
<b>BAB 3. METODE NUMERIK DALAM MODEL FLUIDA .</b>	15
3.1. Diskritisasi Ruang dan Waktu .....	15
3.2. Metode Volume Hingga .....	18
3.3. Algoritma Penyelesaian Numerik .....	23
3.4. Nilai Awal dan Syarat Batas .....	32
<b>BAB 4. PEMODELAN PENYEMPITAN ARTERI RETINA</b>	35
4.1 Deskripsi Geometri dan Domain .....	35
4.2 Formulasi Model dengan Stenosis .....	48
4.3 Diskritisasi dan Skema Numerik .....	54
4.4 Kondisi Awal dan Syarat Batas .....	57
4.5 Implementasi Parameter Fisik .....	58
<b>BAB 5 SIMULASI DAN IMPLEMENTASI NUMERIK .....</b>	59
5.1 Hasil Simulasi .....	59
5.2 Analisis Hasil Simulasi .....	98
<b>DAFTAR PUSTAKA .....</b>	101
<b>Lampiran .....</b>	105
<b>Biografi Penulis .....</b>	133

