

Aljabar Linear Elementer: Menjembatani Teori Klasik dan Realitas Komputasi AI

Subiono



Subiono — Email: subiono@its.ac.id

Alamat: Subiono
Departemen Matematika-ITS
Indonesia

Copyright

© 2026 The Author.



Kata Pengantar

Alhamdulillahirabbilalamin, segala puji hanyalah milikmu ya Allah yang telah memberikan "kebebasan bertanggung jawab" kepada manusia untuk suatu kebaikan dalam melaksanakan amanatnya di hamparan bumi yang dihuni manusia. Sholawat dan Salam kepadamu ya Nabi Muhammad beserta para keluarganya dan para pengikutnya sampai nanti di hari akhir.

Buku ini disusun dengan maksud untuk digunakan sebagai buku referensi mata kuliah **Aljabar Linear Elementer**, dimulai Bab 1 sampai Bab 4. Materi disusun untuk kebutuhan struktur dalam Era kekinian **AI** dan **Komputasi Awan**. Selain dari pada itu materi dari buku ini disusun supaya pengguna yang lainnya bisa memanfaatkan buku ini sesuai dengan yang dibutuhkannya.

Dalam buku ini diberikan beberapa konsep pengertian dari materi yang disajikan setelah itu diikuti dengan beberapa contoh untuk mempermudah pemahaman, selain itu juga diberikan beberapa contoh aplikasi yang mungkin dan beberapa soal sebagai latihan. Penulis menyediakan "**BiMath: EduForum AI (Multi-User + Voice + Google Translate)**" untuk mendiskusikan segala permasalahan dari **Aljabar Linier Elementer** di

<https://subiono2021.github.io/ForumQA/>

silahkan dicoba! Dalam forum disediakan juga **komputasi awan** menggunakan SageMath. Selain itu untuk keperluan proses pembelajaran berbasis web interaktif di era AI anda dapat mengakses di

<https://subiono2021.github.io/ALE-dan-Komputasinya/>

Penulis pada kesempatan ini menyampaikan keaktifan pembaca dalam mengkaji buku ini untuk menyampaikan kritik dan saran guna perbaikan buku ini, sehingga pada versi yang mendatang "mutu buku" yang baik bisa dicapai. Kritik dan saran ini sangat penting karena selain alasan yang telah disebutkan tadi, penulis percaya bahwa dalam sajian buku ini masih kurang

dari sempurna bahkan mungkin ada suatu kesalahan dalam sajian buku ini baik dalam bentuk redaksional, pengetikan dan materi yang menyebabkan menjadi suatu bacaan kurang begitu bagus. Kritik dan saran bisa disampaikan ke alamat email : subiono@its.ac.id

Penulis menuangkan pemikirannya ke dalam buku ini berdasarkan "kebebasan menulis" dengan asas "kemanfaatan" menggunakan media yang tersaji masa kini. Beberapa alat bantu untuk penulisan buku ini juga didapat secara gratis, yaitu perangkat lunak $\text{\LaTeX}$ dan Texstudio sebagai salah satu media $\text{\LaTeX}$ editor. Beberapa gambar yang ada dalam buku ini menggunakan perangkat lunak LaTeXDraw yang juga didapat secara gratis. Begitu juga beberapa bahan rujukan didapat secara gratis lewat internet. Selain itu untuk menyelesaikan beberapa contoh yang dibahas digunakan alat bantu perangkat lunak SageMath, perangkat lunak ini juga didapat dari internet secara gratis. Selain itu, sebagian materi yang tersaji didapat dari diskusi penulis dengan **AI: DeepSeek, ChatGPT, Gemini-Google dan Meta AI.**

Akhirnya, dengan segala kerendahan hati penulis memohon kepada Allah semoga penulisan ini bisa berlanjut untuk versi mendatang yang tentunya lebih "baik" dari Versi yang tersedia saat ini dan semoga benar-benar buku yang tersaji ini bermanfaat bagi pembaca.

Surabaya, 3 Agustus 2026
Penulis

Daftar Isi

Kata Pengantar	i
1 Pengenalan Vektor	1
1.1 Vektor di $\mathbb{R}^n$	6
1.2 Soal Masalah Nyata (Real Problems) dan Pembahasan	38
1.3 Hasil kali dalam (Perkalian Titik), Norm atau Panjang vektor	55
1.3.1 Sudut diantara dua vektor	67
1.3.2 Proyeksi	75
1.4 Soal Masalah Nyata (Real Problems) dan Pembahasan	79
1.5 Proses Gram-Schmidt	88
1.6 Aplikasi Masalah Nyata (Real Problem)	91
1.7 Reduksi Dimensi dengan Proses Gram-Schmidt	94
1.8 Latihan Masalah Nyata (HOTS) dan Pembahasan	100
1.9 Hasil Perkalian Silang	112
1.9.1 Sistem vektor tangan-kanan	113
1.9.2 Deskripsi geometris dari perkalian silang	113
1.9.3 Perkalian Kotak	118
1.10 Masalah Nyata (HOTS) - Hasil Perkalian Silang	122
1.11 Himpunan Pembentang dan Bebas Linier	135
1.11.1 Himpunan Pembentang dan Bentangan	137
1.11.2 Bebas Linier	144
1.12 Masalah Nyata (HOTS) - Himpunan Pembentang dan Bebas Linier	151
1.13 Basis	171
1.13.1 Koordinat dan Perubahan basis	181
1.14 Pembahasan Soal-soal bernalar HOTS	183

1.15	Ruang Bagian	195
1.16	Soal Real Problem dan Pembahasan: Ruang Bagian	200
1.17	Ringkasan	212
2	Sistem Persamaan Linear	215
2.1	Geometri Sistem Persamaan linier di $\mathbb{R}^2$ dan $\mathbb{R}^3$	217
2.2	Matriks dan Bentuk Eselon	230
2.2.1	Koefisien Matriks	230
2.2.2	Operasi Baris Elementer (OBE)	233
2.2.3	Eleminasi Gauss	251
2.3	Aplikasi	265
2.3.1	Menyeimbangkan reaksi kimia	266
2.3.2	Variabel tak berdimensi	268
2.3.3	Jaringan resistor	270
3	Aljabar Matriks	279
3.1	Aritmetika dan Operasi Matriks	282
3.1.1	Penambahan, Pengurangan Matriks dan Perkalian Matriks	282
3.2	Matriks Invers dan Matriks Elementer	300
3.3	Faktorisasi LU	312
3.3.1	Aplikasi <i>LU</i> dan <i>PLU</i>	323
3.4	Ringkasan	339
4	Nilai Eigen, Vektor Eigen dan Pendiagonalan	343
4.1	Determinan	345
4.1.1	Aturan Cramer	364
4.2	Contoh-contoh Aplikasi	367
4.3	Determinan dan Geometri	379
4.4	Perhitungan Determinan Secara Manual	387
4.5	Nilai Eigen dan Vektor Eigen	397
4.6	Matriks Similar dan Diagonalisasi	429
4.7	Multiplisitas Aljabar dan Geometri dari Nilai Eigen	446
4.8	Diagonalisasi Matriks Simetri real	452
4.9	Teorema Cayley-Hamilton (Tinjauan Pertama) = Polinomial Minimal	463
4.10	Contoh-contoh Aplikasi Nilai Eigen dan Vektor Eigen dalam Era AI	474
4.11	Rangkuman	505

Daftar Pustaka	509
Indeks	511
Bio Data Penulis	511